

Texte de la confédanse

La danse du chaos ou l'art du mouvement

Christophe Letellier ©

CORIA UMR 6614 - Université de Rouen

Christophe.Letellier@coria.fr

Création le 3 Mars 2005 à la Maison de l'Université de Rouen

Par la compagnie Teatri del Vento / Battezzato-Blandini et Christophe Letellier

Coproduction de l'Université de Rouen, de l'INSA de Rouen et du département du SPI du CNRS

Le chaos. Qu'est-ce que le chaos ? Traditionnellement et ce quelle que soit la religion, qu'elle soit polythéiste ou monothéiste, le mot chaos désigne le désordre ambiant de la terre avant que le Dieu, le demiurge n'ordonne, ne structure le monde. La terre était alors chaos, désolation, vide d'hommes. En d'autres termes, le chaos désigne l'état indescriptible de la Terre avant la Création. Plus prosaïquement, le chaos désigne communément le bordel ! Dans les années 70-80, les scientifiques se sont retrouvés confrontés avec leurs ordinateurs à de nouvelles solutions qui leur paraissaient alors indescriptibles... Ils qualifièrent ces solutions de *chaotiques*. Quelques années plus tard, ces solutions devinrent structurées, ordonnées bien qu'imprévisibles à long terme. Ainsi, les solutions chaotiques devenaient descriptibles. Aujourd'hui, les scientifiques considèrent le chaos comme un comportement déterministe, structuré, ordonné mais imprévisible à long terme. Nous avons donc à conjuguer ces deux sens antagonistes du mot chaos, c'est-à-dire l'indescriptible et le descriptible. Nous allons voir au cours de cette confédanse quelques éléments de l'acceptation moderne du mot chaos.

I. La respiration

Commençons par un phénomène qui nous concerne tous : la respiration. La respiration apporte l'oxygène au corps. L'oxygène est nécessaire à la production d'énergie qui permet le mouvement. Lorsque le corps est au repos, le besoin en énergie est constant et la respiration est régulière. Nous pouvons avoir un suivi du rythme régulier de la respiration en mesurant le souffle dans les poumons. Le souffle dans les poumons correspond au débit d'air dans les poumons. Si nous traçons le débit d'air en fonction du temps, nous obtenons des oscillations. Chaque oscillation représente un cycle respiratoire. Puisque la respiration est régulière, les oscillations sont régulières en amplitude et en rythme. Chaque cycle respiratoire peut être décomposé en deux phases : la phase d'inspiration et la phase d'expiration. La phase d'inspiration correspond à l'étirement de la cage thoracique, la phase d'expiration correspond au repliement de la cage thoracique. Etirement et repliement sont deux concepts clés dans la production de comportements chaotiques. Nous les reverrons tout au long de cette confédanse.

Un apport fondamental de la théorie du chaos réside dans le passage d'une représentation de l'évolution d'une quantité en fonction du temps à une représentation de l'évolution du système par une trajectoire dans un espace. Dans le cas de la respiration, nous pouvons réaliser ceci grâce à la mesure de la pression dans les poumons et du débit d'air dans les poumons. En traçant la pression en fonction du débit d'air, nous obtenons une trajectoire dans un plan. Puisque la respiration est régulière, la trajectoire visite à peu près toujours la même région de l'espace. Nous y retrouvons la phase d'inspiration et la phase d'expiration. Chaque cycle respiratoire se traduit par une boucle dans l'espace définie par la pression et le débit d'air. Dès que le corps se met en mouvement, le besoin en oxygène est plus important : la respiration s'accélère et le volume inspiré augmente. Ceci se traduit dans l'espace, par une trajectoire – ici représentée en bleu – qui s'écarte des trajectoires représentatives de la respiration régulière car les phases inspiratoire et expiratoire sont différentes. Dès que le mouvement cesse, le besoin en oxygène retourne à la normale, la respiration redevient régulière et les trajectoires sont comme attirées vers les boucles – en jaune – associées à la respiration régulière. La respiration régulière est un attracteur pour la respiration. Le concept d'attracteur est un autre concept clé de la théorie du chaos.

Lorsque la respiration se fait difficile, il y a un déficit en oxygène : c'est l'insuffisance respiratoire. Lorsque celle-ci est chronique et suffisamment sévère, le pneumologue peut proposer une assistance ventilatoire mécanique. Ceci consiste à apposer un masque sur le visage du patient et à lui relier un ventilateur qui insufflera de l'air – de l'oxygène – au patient. La qualité de l'assistance ventilatoire mécanique dépend essentiellement de la synchronisation entre le patient et le ventilateur, c'est-à-dire de la synchronisation entre les appels inspiratoires du patient et l'apport d'air délivré par le ventilateur. Nous pouvons avoir un suivi de la qualité de l'assistance ventilatoire grâce aux attracteurs. Lorsque la synchronisation est bonne, chaque appel inspiratoire du patient est suivi par un apport d'air délivré par le ventilateur. Ainsi, la respiration peut être régulière et la trajectoire visite toujours à peu près la même région de l'espace obtenu en représentant la pression en fonction du débit d'air. Nous retrouvons sur cet attracteur la phase d'inspiration et la phase d'expiration. Parfois il apparaît des asynchronismes entre le patient et le ventilateur, c'est-à-dire que des appels inspiratoires du patient ne sont pas suivis par un apport d'air de la part du ventilateur. Ceci se traduit par la présence de cycles respiratoires réduits – le volume inspiré est plus faible – qui sont identifiés sur l'attracteur par la présence de petites boucles au sein des grandes boucles correspondant au déclenchement correct du ventilateur. La dispersion des trajectoires sur l'attracteur est une signature de la présence d'asynchronismes entre le patient et le ventilateur. Puisque les attracteurs peuvent être tracés en temps réel, ils peuvent être utilisés par le pneumologue pour un réglage rapide des paramètres du ventilateur.

II. Activité cardiaque

Nous avons vu que la respiration apportait l'oxygène au corps, au niveau des poumons. Il est maintenant nécessaire de le diffuser jusqu'aux muscles de l'ensemble du corps. Ceci se fait grâce à la circulation sanguine sous l'impulsion de la double pompe qu'est le cœur. Le cœur est une machine électrique complexe essentiellement sous l'influence du nœud sinusal qui régule l'activité cardiaque en fonction des mouvements, c'est-à-dire des besoins en oxygène du corps. L'activité cardiaque se manifeste donc par une activité électrique qui peut être suivie grâce au potentiel électrique qui est directement mesuré à la surface de la peau. Représenter l'évolution de ce potentiel électrique en fonction du temps constitue ce que nous appelons un électrocardiogramme. Un électrocardiogramme est constitué de plusieurs oscillations : ce sont des ondes électriques. Le cœur est régulé par le nœud sinusal qui envoie des ondes excitatrices déclenchant la contraction cardiaque. Cette onde excitatrice commence par se propager du nœud sinusal vers l'oreillette gauche : elle correspond à l'onde P de l'électrocardiogramme. Ensuite, cette onde excitatrice se propage de l'oreillette gauche aux deux ventricules : c'est le grand complexe QRS constitué d'une onde négative Q, d'une onde positive R et d'une onde négative S. Ensuite, survient la systole ventriculaire, c'est-à-dire la contraction des ventricules qui éjecte le sang dans les artères. La contraction des ventricules correspond au repliement du cœur sur lui-même. Du point de vue électrique, cela correspond au segment ST de l'électrocardiogramme. Après la contraction des ventricules, il y a un relâchement des ventricules : c'est un analogue de l'étirement. Il est associé à l'onde T de l'électrocardiogramme. Ensuite, il y a une période d'inactivité électrique du cœur – appelée période réfractaire – qui protège le cœur en activité normale d'un battement prématuré.

Voici l'électrocardiogramme d'un rat sain au repos. Il est régulier en amplitude et en rythme. Comme nous y invite la théorie du chaos, nous avons avant tout non pas à représenter une quantité en fonction du temps mais à représenter l'activité cardiaque par une trajectoire dans un espace. Ceci peut être réalisé à partir de l'électrocardiogramme : nous obtenons alors un attracteur essentiellement structuré autour d'une petite boucle – l'onde P – et une grande boucle associée au complexe QRS. La systole ventriculaire, c'est-à-dire le battement cardiaque, survient à la fin de cette grande boucle. La trajectoire visite toujours à peu près la même zone de l'espace puisque l'électrocardiogramme est régulier en amplitude et en rythme.

Parfois, l'activité cardiaque est entachée de désordre du rythme : ce sont des arythmies. Les plus fréquentes sont les extrasystoles qui correspondent à des battements prématurés. Elles se traduisent sur cet électrocardiogramme d'un rat insuffisant cardiaque par de grands complexes QRS négatifs alors que les battements normaux sont associés à des complexes QRS positifs. Les battements normaux sont interrompus irrégulièrement par des extrasystoles. La structure de l'attracteur est profondément

modifiée par la présence des extrasystoles. Nous y retrouvons les complexes QRS normaux – en haut à droite de l'attracteur - associés aux battements normaux. Nous remarquons également que de grandes boucles négatives apparaissent en bas à gauche : elles correspondent aux extrasystoles. Ainsi, la présence d'arythmies cardiaques se traduit par une modification de la structure de l'attracteur. Les attracteurs peuvent donc être utilisés pour identifier et quantifier la présence des arythmies cardiaques. Par exemple, ils ont été utilisés pour montrer que des rats insuffisants cardiaques en présence de polluants automobiles présentaient trois fois plus d'extrasystoles qu'en atmosphère propre. Ceci est particulièrement important pour nous car, en France, près de 50% des admissions hospitalières pour attaque cardiaque surviennent après deux heures passées dans des embouteillages ! Les attracteurs peuvent donc être utilisés pour le diagnostic des arythmies par le toxicologue ou le cardiologue.

III. Le mouvement des planètes

Nous avons vu deux exemples d'applications de la théorie du chaos dans le cadre du corps humain. Voyons maintenant ce qu'il en est pour le mouvement des planètes. Le mouvement des planètes a commencé à être expliqué – je ne dis pas décrits – par Johannes Kepler. Dans son *mysterium Cosmographicum* de 1596, Kepler concevait le Soleil comme un être vivant et le rendait responsable du mouvement des planètes. Pour cela, il parlait d'une âme motrice. Kepler avait déjà compris que l'influence de l'âme motrice dépendait fortement de la distance. Il nous l'explique comme suit. Il trace un carré et représente le long du côté gauche, les distances entre le Soleil et les planètes : nous avons alors le Soleil, Mercure, Vénus, Mars, la Terre, Jupiter et Saturne. Ensuite, à l'intérieur de ce carré, il trace un arc de cercle. Il relie alors le côté gauche du carré avec l'arc de cercle – ici représenté par les traits jaunes – et la longueur du segment ainsi obtenu correspond à l'intensité de l'âme motrice en fonction de la distance. Ainsi, plus la distance est petite, plus l'interaction Soleil-planète est forte ! Ce n'est que plus tard, en 1621, que Kepler comprit que l'âme motrice devait être remplacée par le concept de force.

Kepler avait alors une explication de l'origine du mouvement des planètes : il lui fallait maintenant le décrire. Entre autres, il utilisa les harmonies musicales des anciens grecs. Dans son *Harmonice Mundi* de 1619, il représente ainsi le mouvement des planètes par des notes sur des portées musicales : nous retrouvons ainsi, Mercure, Vénus, Mars, la Terre, Jupiter, Saturne et la Lune. Par exemple, la Terre chante MI FA MI, à l'image de la MISère et de la FAMIne qui y règnent. Le jeu de mots est de Kepler.

Lorsque deux corps sont en interaction, c'est-à-dire qu'une Terre tourne autour d'une planète, Johannes Kepler a montré que le comportement est simple : c'est une ellipse ! Maintenant lorsque trois corps sont interaction, c'est-à-dire qu'une Lune tourne autour d'une Terre, elle-même gravitant autour d'un Soleil, Isaac Newton a montré que le comportement est beaucoup plus compliqué. Ce n'est plus une simple ellipse. Il faut maintenant conjuguer l'ellipse – jaune – de la Terre autour du Soleil avec l'ellipse – bleue – de la Lune autour de la Terre. Conjuguer l'ellipse jaune avec l'ellipse bleue donne une cycloïde – verte – qui se développe autour de la trajectoire de la Terre. Mais les interactions entre les trois corps, que sont le soleil, la terre et la lune, sont déjà suffisantes pour que la cycloïde ne se répète jamais égale à elle-même.

Avec ses *Principia Mathematica* de 1687, Isaac Newton a posé les fondements de la mécanique classique. Mais ceci ne l'a pas empêché de commettre une erreur sur le mouvement de l'apogée de la Lune. Qu'est-ce que le mouvement de l'apogée de la Lune ? Rappelons que la Lune décrit une ellipse autour de la Terre, la Terre étant à l'un de ses foyers. Puisque c'est une ellipse, la distance Terre-Lune varie avec le temps. Lorsque la distance est maximale, nous disons que la Lune est à l'apogée par rapport à la Terre. En raison des interactions entre les trois corps que sont la Lune, la Terre et le Soleil, l'ellipse ne se reproduit jamais égale à elle-même. En fait, elle tourne en bloc autour de la Terre imposant à l'apogée un mouvement de rotation autour de la Terre. Par ses calculs, Newton a trouvé que cette rotation de l'apogée autour de la Terre se faisait en 9 ans. Malheureusement, les observations la montraient en 18 ans ! Il y avait donc désaccord entre théorie et observations.

Ceci n'a pas empêché Newton de préciser ce qu'était la force de gravitation. La force de gravitation est universelle dans le sens où tout corps massif – qui a une masse – interagit avec tout autre corps massif. Ce n'est plus seulement les planètes qui interagissent avec le Soleil, mais les planètes entre elles, avec les satellites, etc. La force de gravitation dépend fortement de la distance comme le montre ce graphe. Plus la distance est petite, plus l'interaction est forte. Plus la distance est grande, plus l'interaction est faible. Newton traduit les propriétés de cette force par la Proposition II des *Principia Mathematica* : « *Les forces selon lesquelles les planètes tournent autour du Soleil sont inversement proportionnelle au carré des distances qui les séparent.* »

Nous avons laissé irrésolu le problème de l'apogée de la Lune. C'est en fait Alexis-Claude Clairaut qui l'a résolu en 1748 à l'aide d'une méthode par approximation beaucoup plus détaillée que celle de Newton. Avec ses calculs, Clairaut obtient un mouvement de l'apogée de la Lune autour de la Terre en 18 ans comme le montrent les observations. Il y a alors accord entre la théorie et les mesures. Ceci permet la validation de l'hypothèse de la force gravitationnelle en raison inverse du carré des distances. Précisons que ce n'est qu'après 1748 que la force gravitationnelle en raison inverse fût définitivement acceptée par l'ensemble de la communauté scientifique, soit plus d'une cinquantaine d'années après son énonciation.

Revenons au problème des deux corps. Nous pouvons écrire les équations différentielles qui régissent le mouvement des deux corps. Peu nous importe aujourd'hui la forme de ces équations. Ce qui nous importe, c'est qu'il existe une solution générale, valide quels que soient les corps en jeu : c'est l'ellipse telle que nous l'a indiqué Johannes Kepler. Nous pouvons également écrire les équations différentielles du problème des trois corps : elles sont légèrement plus compliquées. Clairaut savait les écrire dès 1759. Mais il n'avait pas de solution générale. A l'issue de ses travaux de 1759, Clairaut concluait d'ailleurs par un ironique « *Intègre maintenant qui pourra !* ». Il suggérait par là que la solution ne serait pas rapidement obtenue... Le problème des trois corps est resté comme un mythe, trop difficile à résoudre durant 150 années.

Il fallait un nouveau regard sur le problème des trois corps. Ceci fût démontré en 1887 par l'allemand Heinrich Bruns et en 1889 par le français Henri Poincaré. Tous deux démontrèrent qu'il n'y avait pas de solution générale : il ne fallait plus chercher une solution analytique exprimée avec des symboles mathématiques. Poincaré en proposa une alternative : il fallait représenter l'évolution du système (la petite lune) sous la forme d'une trajectoire dans un espace.

IV. Pendules

Nous avons déjà vu de telles trajectoires avec les attracteurs liés à la respiration et à l'activité cardiaque. Qu'en est-il maintenant pour un système simple comme un pendule sans frottement ? Un pendule, c'est une masse située à l'extrémité d'une tige rigide, elle-même sur un axe de rotation. Le pendule peut alors osciller librement. Nous pouvons suivre l'évolution du pendule grâce à l'angle θ que fait la tige avec la verticale. L'évolution du pendule se représente alors en traçant l'angle θ en fonction du temps t . Puisque les oscillations sont régulières en amplitude et en rythme, nous obtenons une sinusoïde. Reprenons maintenant le pendule et plaçons-le à un angle donné θ_0 . Je le lâche : le pendule oscille alors régulièrement avec une amplitude égale à l'amplitude initiale θ_0 . Je replace maintenant le pendule avec l'angle θ_0 initial mais maintenant je le pousse : le mouvement du pendule est très différent et les oscillations peuvent prendre une amplitude beaucoup plus importante que l'angle initial θ_0 . Lorsque je pousse le pendule au lieu de le lâcher, je modifie sa vitesse angulaire. Ainsi, pour décrire complètement le mouvement du pendule, j'ai donc besoin de l'angle θ et de la vitesse angulaire. Comme nous y invite la théorie du chaos, j'ai avantage à non pas représenter l'angle θ en fonction du temps mais à représenter l'évolution du pendule par une trajectoire dans un espace. Il me suffit de tracer la vitesse angulaire en fonction de l'angle θ . La sinusoïde devient une ellipse ! Puisque le mouvement du pendule décrit une ellipse, le pendule peut être vu comme un équivalent au problème des deux corps.

Il est également possible de tracer l'ellipse grâce à la seule connaissance de l'angle θ en fonction du temps. Mais j'ai un problème car je ne possède alors qu'une seule valeur de l'angle θ à chaque instant t . Or, pour tracer un point dans un plan, il me faut deux coordonnées : une abscisse et une ordonnée. Pour pallier à ce manque, je peux reprendre l'évolution de l'angle θ en fonction du temps et la retarder d'un délai égal au quart de la période temporelle T des oscillations. J'ai maintenant deux valeurs de l'angle θ à chaque instant t : celle à l'instant retardé $(t - \frac{T}{4})$ et celle à l'instant t . J'utilise la valeur de l'angle θ à l'instant retardé comme abscisse et la valeur de l'angle θ à l'instant t comme ordonnée : je peux donc tracer un point dans le plan. Au fur et à mesure que le temps s'écoule, le point se déplace dans l'espace, décrivant une trajectoire. Lorsque l'oscillation est complétée, le point a décrit l'ellipse. Je peux donc tracer l'ellipse à partir de la seule connaissance de l'évolution de l'angle θ en fonction du temps.

Dans la nature, il existe des pendules un peu bizarres : ce sont des doubles pendules. Au lieu d'avoir une seule tige avec un unique axe de rotation, un double pendule à deux tiges et deux axes de rotation. Nous pouvons suivre l'évolution du double pendule grâce à l'angle θ_1 que fait la première tige avec la verticale et l'angle θ_2 que fait la seconde tige avec la verticale. Pendule ! Si nous représentons l'évolution du double pendule en traçant l'angle θ_1 en fonction du temps, nous observons des oscillations apparemment irrégulières. Si, comme la théorie du chaos nous y invite, nous traçons l'évolution du pendule dans un espace, par exemple, en traçant l'angle θ_2 en fonction de l'angle θ_1 , les oscillations apparemment s'inscrivent sur un objet structuré, ordonné : c'est un attracteur chaotique. Passer de la représentation d'une quantité en fonction du temps à une trajectoire dans un espace nous permet de passer de l'indescriptible au descriptible. Le double pendule est un analogue du problème à trois corps dans le sens où il n'existe pas de solution analytique avec des symboles mathématiques ; son comportement est chaotique.

Revenons au problème des trois corps. Prenons deux corps massifs – le Soleil et la Terre – que nous supposons immobiles pour simplifier le problème. Prenons maintenant une petite Lune qui se déplace sous la force de gravitation avec le Soleil et la Terre. La trajectoire est assez compliquée. Elle se structure autour des deux corps massifs que sont le Soleil et la Terre. Après une durée donnée, la Lune termine sa course en haut à gauche. Je reprends la petite Lune et je change très légèrement la condition initiale. A court terme, la trajectoire se reproduit de manière quasi semblable à la trajectoire précédente, c'est-à-dire que la petite différence sur les conditions initiales s'est propagée en modifiant légèrement la trajectoire : c'est le caractère déterministe, structuré, ordonné du comportement chaotique. A long terme, après une durée égale au calcul précédent, la Lune termine maintenant sa course en bas à gauche, c'est-à-dire à une position très éloignée de la précédente : c'est le caractère imprévisible à long terme du comportement chaotique.

Lorsque des corps sont en interaction selon une force qui dépend de la distance, la structure de leur comportement irrégulier n'est révélée que par l'attracteur chaotique. Un comportement chaotique est structuré, ordonné mais imprévisible : il ne se répète jamais.

V. Ingrédients du chaos

Voyons maintenant les mécanismes sous-jacents nécessaires à la production d'attracteurs chaotiques. Ingrédients du chaos. Reprenons l'attracteur représenté dans un espace et faisons un agrandissement d'une petite zone. Les trajectoires initialement voisines s'écartent rapidement les unes des autres : c'est l'étirement. Il assure la sensibilité aux conditions initiales dans le sens où des trajectoires, initialement voisines les unes des autres, s'écartent rapidement. Cela permet à ce que de petites causes produisent de grands effets. Mais l'amplitude des oscillations ne peut croître indéfiniment : il faut donc un second ingrédient. Reprenons l'attracteur et faisons un agrandissement d'une autre zone. La structure des trajectoires est très différente : après l'étirement qui assure la sensibilité aux conditions initiales, le repliement assure le mélange des trajectoires. Ainsi, l'évolution de l'angle du double pendule peut être vu comme une succession d'étirement, repliement, étirement, repliement... Deux ingrédients donc pour le chaos : l'étirement qui assure la sensibilité aux conditions initiales et le repliement qui assure le

mélange des trajectoires. Sensibilité aux conditions initiales plus mélange des trajectoires égalent CHAOS !

Reprenons maintenant l'évolution de l'angle du double pendule θ_1 en fonction du temps : les oscillations sont apparemment irrégulières mais elles s'inscrivent sur un attracteur structuré, ordonné. Changeons très légèrement la condition initiale du double pendule. A court terme, les oscillations se reproduisent de manière quasi semblable mais à long terme, elles sont complètement décorréélées. Toutefois, ces dernières s'inscrivent sur un attracteur chaotique qui a la même structure que le précédent. La trajectoire visite l'attracteur chaotique de manière imprévisible à long terme.

L'image de cette pierre à travers les eaux mouvantes est un analogue de l'attracteur chaotique. En effet, la structure de la pierre, qui demeure inchangée, est toujours perçue de manière fluctuante sans jamais trop s'écarter de la structure réelle de la pierre. L'image de la pierre ne se répète jamais exactement égale à elle-même. Ainsi est la trajectoire qui visite l'attracteur chaotique : elle fluctue toujours au voisinage de la structure de l'attracteur mais sans jamais se répéter égale à elle-même.

VI. Les prévisions météorologiques

Nous avons vu différents comportements chaotiques et comment la théorie du chaos pouvait nous offrir un nouveau mode de représentation du mouvement. Voyons maintenant comment elle nous permet de comprendre l'origine profonde de l'imprévisibilité des phénomènes météorologiques. Nous savons tous que Météo France a les plus grandes difficultés à prévoir le temps qu'il fera d'ici trois ou quatre jours. Ceci résulte essentiellement de la nature intrinsèque des phénomènes météorologiques qui dépendent principalement de la convection qui survient dans l'atmosphère. La convection, c'est l'air chaud qui monte et l'air froid qui descend. C'est exactement ce qui se passe dans votre casserole d'eau que vous placez sur le feu : l'eau chaude monte au milieu et redescend le long des parois plus fraîches. Dans les années 60, Edward Lorenz, mathématicien et météorologue, a utilisé un modèle simplifié de la convection pour comprendre l'origine de ces difficultés à prévoir le temps à « long terme ». La trajectoire qu'il obtint avec son modèle simplifié s'inscrit sur un attracteur très particulier, constitué de deux ailes séparées par une zone d'un étirement. Cet étirement va assurer une sensibilité aux conditions initiales très importante dans le sens où, une trajectoire un peu à droite s'écarte rapidement vers la droite, et une trajectoire un peu à gauche, s'écarte rapidement vers la gauche. Si nous perturbons très légèrement les trajectoires, une trajectoire qui devrait aller à droite peut aller à gauche, et *vice versa*. C'est ce qui se passe pour l'air chaud qui monte, une fois arrivé en haut, il peut aller à droite ou à gauche. Si l'air est très légèrement perturbé, il peut aller à gauche au lieu d'aller à droite, et *vice versa*. Voyons maintenant comment l'étirement peut interdire la prévisibilité à long terme du temps.

Supposons que je choisisse comme conditions initiales le temps qu'il fait aujourd'hui. Mais je ne connais le temps qu'aux incertitudes de mesure près, c'est-à-dire que j'ai le choix entre plusieurs conditions initiales (points jaunes) peu différentes les unes des autres. Partant de ces conditions initiales, je laisse évoluer le temps sur, disons, quatre jours. Les trajectoires issues des conditions initiales terminent toutes leurs courses en des points (verts) peu éloignés les uns des autres dans l'espace. Ceci signifie que les conditions météorologiques possibles sont peu différentes les unes des autres : des prévisions fiables sont donc possibles. Si maintenant le temps qu'il fait aujourd'hui est différent de manière à ce que les conditions initiales (points jaunes) soient toujours peu différentes les unes des autres mais situées dans une zone de l'espace un peu différente. Les trajectoires décrivant l'évolution du temps sur quatre jours se développent maintenant de telle manière qu'elles visitent le voisinage de l'étirement : certaines partent vers la gauche, certaines partent vers la droite. Les situations météorologiques qui en résultent après quatre jours (points verts) se retrouvent complètement dispersées dans l'espace, c'est-à-dire que les situations météorologiques possibles sont très différentes les unes des autres : il est désormais impossible de faire des prévisions fiables. Ici réside l'origine profonde des difficultés rencontrées par Météo France pour prévoir le temps à long terme.

VII. Attracteurs chaotiques et nouvelle représentation du mouvement

Nous avons vu que les attracteurs chaotiques nous permettaient d'avoir une nouvelle représentation du mouvement. Avoir une nouvelle représentation, c'est avoir une nouvelle compréhension des phénomènes. Reprenons par exemple le mouvement des planètes tel qu'il nous était décrit avant la Renaissance, c'est-à-dire essentiellement tel que Platon et Aristote l'enseignait. Au centre de ce monde se trouvait la terre, puis autour une sphère d'eau – la mer – elle-même entourée d'une sphère d'air (l'atmosphère). Ensuite venait une sphère de feu : en effet, les anciens grecs pensaient que la Terre rayonnait une lumière propre comme toutes les autres planètes. Venait ensuite la sphère de la Lune, puis celle de Mercure, Vénus, le Soleil, Mars, Jupiter, Saturne. Puis la sphère des étoiles fixes. Il y en avait encore d'autres ; celles des archanges et des anges, celle de l'Empirée, lieu d'habitation de Dieu. Cette représentation était finalement assez égocentrique car la Terre, lieu d'habitation de l'homme, était au centre du monde. Globalement, ce monde était séparé en deux parties : le monde sublunaire situé à l'intérieur de l'orbite de la Lune et le monde supra lunaire situé à l'extérieur. Selon Aristote, le monde sublunaire était lieu de corruption ; en d'autres termes, Aristote nous confessait son incapacité à décrire correctement les mouvements terrestres. Le monde supra lunaire, proche du lieu d'habitation de Dieu, se devait d'être parfait, immuable. Les mouvements devaient y être à l'image de la figure géométrique la plus parfaite qui soit : le cercle. Les mouvements des planètes étaient donc circulaires uniformes. Ce n'est qu'en 1543 que Nicolas Copernic remit le Soleil au centre du monde. Il le fit à la suite de la lecture des anciens grecs que sont Philolaos et Héraclide du Pont. Précisons qu'il le fit par pure conviction. Trente ans plus tard, en 1573, le danois Tycho Brahe observa une supernova – une étoile nouvelle – et une comète au delà de l'orbite de la Lune : le monde supra lunaire, pensé comme immuable et permanent ne l'était donc pas, Aristote s'était trompé ! Les observations invitaient donc à changer de mode de représentation du monde, à en changer la compréhension. Entre 1609 et 1619, Johannes Kepler décrit le mouvement des planètes à l'aide d'ellipses. Avec ces mouvements elliptiques, dont l'un des foyers correspondaient à la position du Soleil, Kepler obtint la description la plus précise jamais proposée : d'une certaine manière, Kepler offrait une démonstration indirecte de l'héliocentrisme. Enfin, en 1687, Isaac Newton avec ses *Principia Mathematica* validait l'hypothèse de la force de gravitation universelle : les mouvements elliptiques de Kepler étaient démontrés à partir de la seule force gravitationnelle. Parce que les phénomènes dérivés de la théorie étaient en accord avec ceux observés, c'est une démonstration directe de l'héliocentrisme que proposait Newton. Mais l'héliocentrisme ne fut définitivement reconnu qu'en 1748 une fois que Clairaut résolu le problème du mouvement de l'apogée de la Lune. Nous sommes passés d'une représentation empirique ancrée sur les observations telle que celle proposée par Johannes Kepler à une représentation mathématique validée par les observations comme le proposa Isaac Newton.

De 1543 avec Nicolas Copernic à 1687 avec Isaac Newton, c'est plus d'un siècle qu'il fallut pour passer du géocentrisme à l'héliocentrisme. En effet, changer de représentation nécessite du temps car il faut combattre des réticences. Ces réticences nous sont décrites par Francis Bacon dans son nouvel organon de 1621. Ils les appellent des idoles et les répartit selon quatre classes. La première est la classe des idoles de la race humaine, liées à la nature humaine. Ce sont nos sens, dont le plus important est la vue. Mais notre vue nous trompe souvent sur la nature réelle des phénomènes et nous devons nous en méfier. La seconde classe est dénommée idoles de la caverne : c'est une allusion directe à l'allégorie de la caverne de Platon. Rappelons cette allégorie. Un observateur est placé dans une caverne, dans la pénombre. Il voit les phénomènes extérieurs à la caverne grâce à leur ombre projetée sur le mur de la caverne. Un jour, l'observateur sort de la caverne et se retrouve au grand jour. Comme nous le savons tous, lorsque nous passons d'une pièce obscure à la lumière du grand jour, nous éprouvons quelques difficultés à voir, et nous devons adapter notre vue. Cette adaptation est parfois douloureuse. Puisque la lumière symbolise la connaissance, cela signifie que l'accès à la connaissance est douloureux ; il nous faut souffrir pour connaître, comprendre. La troisième classe correspond aux idoles de la place publique, la verbalisation. Dès que nous disposons d'une représentation, d'une explication d'un phénomène, il nous faut utiliser des mots pour l'expliquer. Or ces mots ont un sens ancré dans le passé : toute explication d'un nouveau phénomène est donc basée sur des concepts anciens du passé qui s'oppose à une compréhension correcte du nouveau phénomène. Enfin nous avons les idoles du théâtre qui regroupent le cadre plus ou moins contraignant de la métaphysique, de la philosophie, de la religion de chaque individu, de chaque scientifique. Le scientifique travaille donc à l'intérieur de l'un de ses cadres qui peuvent eux aussi s'opposer à une bonne compréhension des phénomènes. Nous devons donc nous méfier des idoles comme nous y invitent la Bible, le Coran ou le bouddhisme. Ainsi dans la Bible :

« Vous ne ferez point d'idoles, vous ne vous élèverez ni sculpture, ni statue et vous ne placerez dans votre pays aucune pierre ornée de figures, pour vous prosterner devant elle. »

**Les interactions avec la nature, avec les autres,
nous obligent à évoluer, à redéfinir nos cadres conceptuels,
à questionner nos propres points de vues, notre compréhension.**

Toute théorie est une représentation, une interprétation de la nature. Les Grecs l'avaient bien perçu et les Sciences étaient considérées comme des Arts. Le scientifique, comme l'artiste, a pour objectif de s'exprimer sur la nature : il en propose une interprétation. Comme l'écrit Henri Poincaré :

« Le savant digne de ce nom éprouve en face de son œuvre la même impression que l'artiste ; sa jouissance est aussi grande et de même nature. Si je n'écrivais pour un public amoureux de la Science, je n'oserais pas m'exprimer ainsi ; je redouterais l'incrédulité des profanes. Mais ici, je puis dire toute ma pensée. Si nous travaillons, c'est moins pour obtenir ces résultats positifs auxquels le vulgaire nous croit uniquement attachés, que pour ressentir cette émotion esthétique et la communiquer à ceux qui sont capables de l'éprouver. »

VIII. Conclusion

La théorie du chaos nous offre une nouvelle description, une nouvelle compréhension du mouvement. Ses attracteurs chaotiques, si déroutants, reposent sur deux propriétés apparemment antagonistes : le déterminisme et l'imprévisibilité à long terme. Nous les retrouvons fréquemment dans la nature, aussi bien dans les cieux avec les étoiles pulsantes ou les planètes que dans le monde de la Vie. Puisqu'ils nous permettent de voir des structures là où régnait le hasard, la théorie du chaos pourrait bien constituer un paradigme particulièrement important pour une compréhension nouvelle de nombreux phénomènes. A nous de le laisser suffisamment ouvert pour qu'il nous éclaire de nouvelles voies et qu'il nous guide d'une belle lumière.

Les thèmes abordés dans la confédanse

La respiration

La circulation sanguine

Le mouvement des planètes (classe de 4^{ème})

Description du monde (géocentrisme et héliocentrisme – classe de 4^{ème})

La force de gravitation (classe de 3^{ème})

Le mouvement des pendules

Les ingrédients du chaos

Les prévisions météorologiques (classe de 5^{ème})