

Examen d'Histoire et Méthode des Sciences

Jeudi 3 Septembre 2008

Licence L₂ mathématique et informatique

AUCUN DOCUMENT AUTORISÉ.

ATTENTION LES RÉPONSES NE SONT PAS UNIQUEMENT DANS LE TEXTE !

Vous devez **OBLIGATOIREMENT** porter un numéro à 4 ou 5 chiffres sur la feuille destinée au QCM : il correspondra au numéro que vous aurez également reporté sur la feuille anonyme destinée aux réponses que vous donnerez aux questions de réflexions que vous rendrez à l'issue de l'épreuve. La feuille de QCM sera ramassée 40 minutes après sa distribution, le restant du temps imparti étant destiné aux deux questions de réflexion.

Questions relatives aux textes sur l'harmonie du monde

1. Quel est le point commun entre les approches de Cicéron et de Plin l'Ancien ?

Cicéron et Plin l'Ancien cherchent à décrire les phénomènes célestes à l'aide de notes de musique.

2. En quoi les énoncés de Cicéron et de Plin l'Ancien sont-ils différents ?

Toutefois ces deux énoncés diffèrent dans la mesure où Cicéron associe la hauteur de la note à la vitesse de rotation de la planète et Plin l'Ancien à la distance. Nous verrons que Kepler suivra finalement Cicéron.

3. Que représente « *la musique du monde* » pour Boece ?

La musique du monde représente pour Boece — et pour nombre d'autres — la musique jouée par les phénomènes naturels. Par exemple, les mouvements des planètes répondent à certaines lois — les harmonies musicales — qu'il revient au savant de découvrir. Notons que pour Boece, la musique du monde a trait aux phénomènes célestes mais également aux éléments (constitution de la matière, alternance des saisons, etc.).

4. Expliquez le message apporté par Kepler dans le passage du *Mysterium Cosmographicum* ?

Kepler a bien conscience que lois géométriques ou algébriques se rapportent à des symboles qui permettent une appréhension des phénomènes naturels. Il sait également que la représentation que l'homme se fait de la nature — via des symboles — ne fait qu'approcher la réalité naturelle. De plus, il sait qu'une loi ne vaut rien si elle n'est démontrée. Kepler avait rédigé ce passage après avoir montré que les distances respectives des planètes au soleil pouvaient être prédites par l'imbrication des différents polyèdres réguliers. Kepler nous met ici en garde contre une interprétation hâtive des lois que nous pouvons obtenir à partir de « mesures » des phénomènes naturels.

5. A partir de la description des trois livres sur les harmonies donnée au Livre V de l'Harmonice Mundi, décrivez la manière avec laquelle Kepler se positionne par rapport à l'activité scientifique ? Quelle place y ont les harmonies musicales ?

Les harmonies musicales sont de nature Divine ; elles sont imprimées par Dieu à la nature. D'une certaine manière, les phénomènes naturels sont gouvernés par ses harmonies musicales puisqu'utilisées par Dieu pour créer le monde. Les harmonies musicales attribuées à l'homme se limite à la reproduction de ces harmonies musicales par la voix humaine. Rappelons que Boece incluait également la musique instrumentale. Découvrir les harmonies musicales dans les phénomènes célestes se ramène donc à découvrir un peu de Dieu dans les phénomènes naturels.

6. A l'aide de l'extrait de Poincaré, déterminez à quoi servent les gammes obtenues par Kepler à partir des arcs journaliers ?

Selon Poincaré, le monde est gouverné par des lois — une hiérarchie — et la pratique de la science se ramène à l'identification de ces lois. Si l'on considère que la hiérarchie peut s'exprimer sous forme musicale, Kepler pratique la même science que Poincaré, seuls le type de loi diffère. A la Renaissance, les mathématiques pouvant servir à la description des phénomènes naturels étaient encore très limitées et essentiellement de nature géométrique (les polyèdres réguliers en sont un bon exemple). Notamment, aucune loi n'a encore été formulée sous la forme d'une équation liant une quantité de position à un temps. Kepler utilise donc ce qu'il a de plus aboutit parmi les lois mathématiques disponibles, c'est-à-dire les harmonies musicales. Il est important de réaliser que les harmonies musicales constituaient à cette époque un paradigme « mathématique » pouvant permettre de dégager une hiérarchie des phénomènes naturels. Les gammes obtenues par Kepler se présentent donc comme des lois mathématiques.

7. En quoi les deux derniers paragraphes nous paraissent atténuer la portée scientifique des résultats obtenus par Kepler ?

Kepler exprime sa foi en Dieu. Il remercie son Créateur de lui avoir ouvert la voie pour comprendre un peu mieux les phénomènes de ce monde, d'avoir su « choisir les faits les plus intéressants » pour mieux en dégager la hiérarchie sous jacente. Ce passage atténue, et cela beaucoup de manière bien plus marquée aujourd'hui qu'alors, la portée scientifique du texte de Kepler dans la mesure où une grande majorité de scientifiques pensent aujourd'hui qu'il est impossible d'être scientifique et croyant. Kepler peut constituer une preuve du contraire dans la mesure où l'ensemble de sa démarche est guidée par une approche scientifique des plus rigoureuses (il est très important de ne pas oublier quel était le bagage de l'époque pour lire les textes de Kepler). Ainsi, les gammes mises en évidence par Kepler sont en accord avec le domaine d'incertitudes des données de Tycho Brahe. Les découvertes ultérieures ne confirmeront pas cette approche comme étant explicative, les lois harmoniques n'en demeurent pas moins correctes.

Textes relatifs à l'harmonie du monde

CICÉRON (106-43), Songe de Scipion, *République*, VI, 18

« le son émis par la lune, corps céleste tournant le moins vite, est le plus grave, alors que la sphère des étoiles, qui tourne le plus vite, émet le son le plus aigu. »

PLINE L'ANCIEN (23-79), *Histoire Naturelle* II, 84.

« la distance Terre-Lune est évaluée à un ton, et les planètes sont ensuite étagées selon une gamme montante. »

BOECE (480-526), *De Institutione Musica*.

« Tout d'abord, on ne peut parler de musique sans poser l'existence des différentes espèces connues à ce jour comme postulat. Elles sont, en fait, au nombre de trois :

– la musique du monde,

– la voix humaine,

– et la musique instrumentale, celle que produit la lyre, la flûte ou autre pour accompagner un chant.

La première, produite par l'univers, se manifeste dans le ciel lui-même, dans l'union des éléments ou dans la variété des saisons.

JOHANNES KEPLER, *Mysterium Cosmographicum*, 1596.

Je joue moi aussi avec des symboles, [...] mais je joue sans oublier que je joue. En effet, on ne démontre rien avec les symboles, on ne peut rien révéler à l'aide des symboles géométriques de la philosophie naturelle. Les choses déjà connues ne sont qu'adaptées, à moins que l'on ne démontre par des preuves certaines qu'il ne s'agit pas uniquement de symboles, mais bien de descriptions des modalités par lesquelles deux choses sont liées, et des causes de ces liens.

JOHANNES KEPLER, *Harmonice Mundi*, 1619.

Livre V « Il nous reste à appliquer les harmonies, que nous avons précédemment décrites, au cosmos, en trois autres livres, dont le premier attribuera les harmonies à Dieu le Créateur des cieux, le deuxième à la Nature, la directrice des différents mouvements, et le troisième à l'Homme, le contrôleur de sa voix, et ainsi pour finir au travail de la Création, qui étant le premier et le plus parfait de tous. [...] »

Les harmonies ne sont pas liées aux distances mais au mouvement [...] »

TAB. 1 – Mouvement décrit par l'arc journalier (en seconde d'arc)

	Périhélie	Aphélie
Mercuré	384'	164'16"
Vénus	112'	94'50"
Terre	61'18"	57'3"
Mars	42'56"	26'16"
Jupiter	5'30"	4'30"
Saturne	2'15"	1'46"

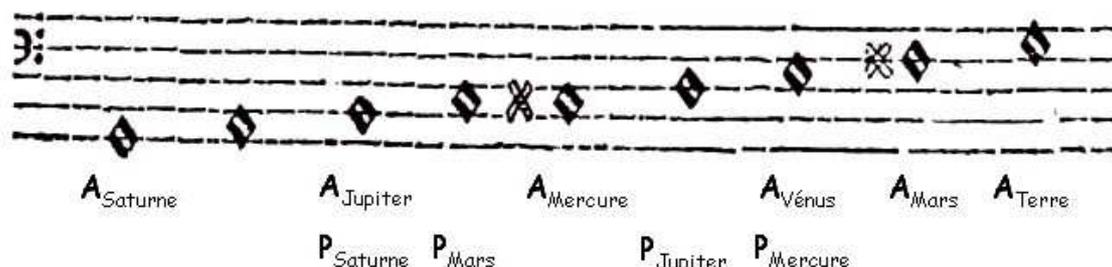
Kepler ramène tout à un même octave par des divisions par 2 (c'est-à-dire une diminution d'un octave)

	Périhélie			Aphélie		
Mercure	384'	3'00"	2 ¹	164'16"	2'34"	2 ⁶
Vénus	112'	3'30"	2 ⁵	94'50"	2'58"	2 ⁵
Terre	61'18"	1'55"	2 ⁵	57'3"	1'47"	2 ⁵
Mars	42'56"	2'23"	2 ⁴	26'16"	3'17"	2 ³
Jupiter	5'30"	2'45"	2 ¹	4'30"	2'15"	2 ¹
Saturne	2'15"	2'15"	1	1'46"	1'46"	1

Kepler utilise les rapports entre notes pour construire une gamme majeure

Sol	La	Si	Do	Ré	Mi	Fa	Fa [#]
	8/9	4/5	3/4	2/3	3/5	9/16	16/17

qu'il représente sur une portée musicale où $A_{\text{planète}}$ et $P_{\text{planète}}$ désignent respectivement l'aphélie et le périhélie de la planète correspondante :



Livre V, Chap. VI : « Maintenant, il reste ouvert à un musicien de dresser sa propre conclusion sur le mode avec lequel chaque planète s'exprime le mieux, maintenant que les extrêmes lui ont été assignés. »

Livre V, Chap. VII : « Maintenant, il y a besoin, Uranie, d'un grand son, tandis que je monte par l'escalier harmonique aux pensées les plus élevées, où le vrai archétype de la fabrication du monde repose et est préservé. Suivez-moi, musiciens modernes, et consacrez lui vos arts, inconnus de l'Antiquité ; durant ces derniers siècles, la Nature, toujours prodigue envers elle-même, vous a finalement apporté, après une incubation de deux fois mille ans, les premiers ouvrages de la complétude universelle. Par vos harmonisations de voix variées, et à travers vos oreilles, elle a soupirée d'elle-même, comme elle est en son sein le plus profond, à la pensée humaine, la fille la plus aimée de Dieu le Créateur. Commettrais-je un crime si je demandais quelque ingénieux motet de compositeur de cet âge pour cette déclaration ? Le psaume royal [de David] et autres livres sacrés seront capables de fournir un texte approprié pour cela. »

HENRI POINCARÉ, *Science et Méthode*, Flammarion, 1908.

« Les savants croient qu'il y a une hiérarchie des faits et qu'on peut faire entre eux un choix judicieux : [...] sans cela, il n'y aurait pas de science. [...]« Les faits les plus intéressants sont ceux qui peuvent servir plusieurs fois ; ce sont ceux qui ont une chance de se renouveler. [...] Ce sont d'abord les faits simples. [...] Comment alors choisir le fait intéressant ? [...] La méthode, c'est précisément le choix de faits, il faut donc se préoccuper d'abord d'imaginer une méthode, et on en a imaginé beaucoup, parce qu'aucune ne s'imposait ; chaque thèse de sociologie propose une méthode nouvelle que d'ailleurs le nouveau docteur

se garde bien d'appliquer... [...] C'est donc la recherche de cette beauté spéciale, le sens de l'harmonie du monde, qui nous fait choisir les faits les plus propres à contribuer à cette harmonie, de même que l'artiste choisit, parmi les traits de son modèle, ceux qui complètent le portrait et lui donnent le caractère et la vie. Et il n'y a pas à craindre que cette préoccupation instinctive et inavouée détourne le savant de la recherche de la vérité. [...] Notre esprit est infirme comme le sont nos sens ; il se perdrait dans la complexité du monde si cette complexité n'était harmonieuse, il n'en verrait que les détails à la façon d'un myope et il serait forcé d'oublier chacun de ces détails avant d'examiner le suivant, parce qu'il serait incapable de tout embrasser. »